

ЛОКАЛЬДЫ АҚЫРЛЫ $\omega\delta$ -ФАКТОРЛАНАТЫН ГРУППАЛАР

Нәбиуллин Жасқанат Мұратұлы,

М.Өтемісов атындағы БҚУ Математика бөлімінің магистранты

zhas_17.nzm@mail.ru

Ғылыми жетекшісі:

Физика-математика ғылымдарының кандидаты,
доцент Мулдағалиев Вали Садыкович

Аңдатпа

Группаларды зерттеу кезінде оларда кейбір көрсетілген қасиеттері бар ішкі группаларының болуы туралы сұрақ ең маңызды мәнге ие (немесе, нақтырақ айтқанда, - зерттелетін группалардағы ішкі группалардың жүйелері туралы сұрақ). Осыған байланысты, ерікті группалардың құрылымы ерекшеліктерін зерттеу олардың осы қасиеттері бар ішкі группалары болмауы шарты кезінде орындылығына байланысты. Барлық өзіндік ішкі группалары абелдік болып табылатын Миллер-Мореноның ақырлы абелдік емес группалары кезінде (осындай группалардың сипаттамасы мақаласында сипатталған [1]), келесі сұрақтарға жауап беруге болады, одан ерекше абелдік емес ішкі группалар кейбір ақырлы абелдік емес группалар егер группалар тәртібі әр түрлі жай сандарға бөлінсе, олардың оңды жауабын алуға болады.

Кілт сөздер: группа; абелдік группалар; локальды-ақырлы; G группасы; ωA -факторланатын группа; $\omega\delta$ -факторланатын группа.

ЛОКАЛЬНЫЕ КОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ ΩA -ФАКТОРИНГА

Набиуллин Ж.М.

Аннотация

При изучение групп большое значение имеет вопрос о существовании у них подгрупп с некоторыми указанными свойствами (или, говоря более точно, - вопрос о свойствах системы подгрупп в изучаемых группах). В связи с этим оказывается целесообразным исследовать особенности строения произвольной группы при условии, что она не имеет подгрупп с этими свойствами. Миллера- Морено, не.е. конечных не абелевых групп, все собственные подгруппы которых абелевы (строение таких групп описано в статье Миллера- Морено [1]), можно ответить на вопрос, имеет ли некоторая конечная не абелева группа отличные от нее не абелевы подгруппы и, в частности, получить положительный ответ на него, если порядок группы делится на три различных простых числа.

LOCAL FINITE GROUPS OF ΩA -FACTORING

Nabiullin Zh.M.

Annotation

In the study of groups, the question of the existence of subgroups with some of the indicated properties is of great importance (or, more precisely, the question of the properties of the system of subgroups in the groups under study). In this regard, it turns out to be expedient to investigate the structural features of an arbitrary group provided that it has no subgroups with these properties. Miller-Moreno, no. finite non-abelian groups, all proper subgroups of which are abelian (the structure of such groups is described in the

Miller-Moreno article [1]), one can answer the question of whether some finite non-abelian group has non-abelian subgroups different from it and, in particular, obtain a positive the answer is if the order of the group is divisible by three different primes.

Әрбір группада толықтырылатын ішкі группалар болады. Кейбір группаларда барлық ішкі группалар толықтырылады (бұл толықтай факторланатын группалар), басқаларда тек қана жалғыз ішкі группалар және өзіндік емес ішкі группалар (яғни, группаның өзі).

Барлық ішкі группалардың толықтырылу шартымен группалардың құрылымы бөлшектерге дейін толықтай анықталады (Баева [1]). Егер группаның толықтырылатын ішкі группалар жүйесі оның барлық ішкі группалары болмаса, алайда жеткілікті кең болып қалады, бұл кезде группа құрылымының негізгі заңдылықтарын орнату мүмкін болуы жиі орын алады. Көптеген зерттеулерге сай, толықтырылатын ішкі группалардың кең жүйесі бар группалар кейбір шартқа сай келетін (мысалы, циклдік ішкі группалар, Горчаков [1]) бұндай жүйенің барлық ішкі группаларды қамтитын талабымен бөлінеді. Толықтырылатын ішкі группалардың жүйесі кеңдігін басқаша да қамтамасыз етуге болады, мысалы, ішкі группалардың жиынын қосу бойынша реттелгендер аз дегенде бір қосымша ішкі группадан міндетті түрде тұру керектігін талап ету арқылы. Бұндай түрлі талаптар В.С. Мулдағалиевтің келесі жұмысынан анықталады [4].

1 анықтама. G группаларының ішкі группаларының кемитін шексіз мақсаты

$$A_1 \supset A_2 \supset \dots \supset A_n \supset A_{n+1} \supset \dots \supset A_\omega,$$

бұндағы A_i - ерікті табиғи нөмірі бар мүше және A_i барлық мүшелерінің қиылысы болып табылатын A_ω , егер $[A_i; A_{i+n}]$ барлық индекстері шексіз болса, G группасының мүшесі деп аталады.

2 анықтама. Егер құрамындағы толықтырылмайтын ішкі группалардан (абелді ішкі группалар) бірде-бір ω -мақсатты құруға болмайтын G группасы факторланатын группа деп аталады.

Жұмыстан (Мулдағалиев [4]) локальды ақырлы ωA -факторланатын группалардың сипаттамасы алынды. Бұдан шығатыны, черниковскийлік емес локальды ақырлы группасы құрамындағы барлық шексіз абелдік ішкі группалары толықтырылған кезде ғана ωA -факторланады. Бұл нәтижеден шығатыны, толықтырылмайтын абелдік группалар үшін минималдық шартына сай келетін черниковскийлік емес локальды ақырлы группалардағы барлық шексіз абелдік ішкі группалар толықтырылатындығы шығады (және де толықтырылмайтын абелдік ішкі группалар үшін әлсіз шартқа сай).

Егер 1 анықтамадағы $[A_i; A_{i+1}]$ индекстерінің шексіздігі шартынан бас тартсақ, онда 2 анықтамамен енгізілетін G группасы үшін шектеулер ең күшті шектеулерге айналады. Бұнда келтірілген нәтиженің өзгермейтіндігін көру қиын емес.

Осы жұмыста 1 және 2 анықтамалармен группаларға салынатын талаптар келесі шарттармен әлсізденеді.

1 анықтама. Кемитін шексіз мақсатты

$$A_1 \supset A_2 \supset \dots \supset A_n \supset A_{n+1} \supset \dots \supset A_\omega,$$

G группаларының ішкі группалары, бұндағы A_n - ерікті табиғи нөмірі бар мүше және A_ω - A_n барлық мүшелерінің қиылысы, $\omega\delta$ -мақсат деп аталық, егер $[A_n; A_{n+1}]$ шексіз болса, онда табиғи сандардың δ берілген жиынның n элементі болып табылады.

Ескертпе. Егер δ жиыны барлық табиғи сандардың жиынтығымен сай келсе, онда бұл анықтама ω - мақсаттың 1 анықтамасына айналады. Егер δ жиыны бос

болса, онда ω -мақсатына жауап беретін $[A_n; A_{n+1}]$ барлық индекстер ақырлы. Егер ω -мақсаттың барлық мүшелері абелдік болса, онда оны ω -мақсаты деп атаймыз.

2 анықтама. Егер абелдік G –дегі толықтырылмайтын ішкі группалардан бірді-бір $\omega\delta$ -мақсатты құруға келмесе, G группасын $\omega\delta A$ -факторланатын деп аталық. G группасын егер абелдік G –дегі толықтырылмайтын ішкі группалардан бірде-бір $\omega\delta$ -мақсатты құруға болмаса, онда $\omega\delta A$ -факторланатын деп атаймыз.

Ішкі группалар үшін минималдық шартына сай келетін ерікті группаларды кез-келген δ кезінде $\omega\delta$ -факторланатын группа деп санаймыз, абелдік группалар үшін минималдық шартына сай келетін ерікті группаларды $\omega\delta A$ -факторланатын деп атаймыз.

Ескертпе. Егер δ жиыны барлық табиғи сандардың жиынтығымен сай келсе, онда 2 анықтама ω - факторланатын және ωA -факторланатын группалардың анықтамасына айналады.

Осы тарауда табиғи сандардың δ ерікті жиындар үшін локальды ақырлы ωA -факторланатын группалардың құрылымы сипатталған (1 және 2 теорема). 2 теоремадан оның δ жиынды тандауға қатысы жоқтығы айтылады және сол себепті айтылып кеткен локальды локальды ақырлы ωA - факторланатын группалардың сипаттамасымен сәйкес келеді ((Мулдағалиевтің [4] жұмысынан алынған)). Біздің жұмысымызда бинарлы ақырлы $\omega\delta A$ - факторланатын группалардың табиғи сандардың кез-келген δ жиындар кезінде локальды ақырлы екендігі көрсетілген (3 теорема) және сол себепті ол арқылы алынған локальды ақырлы $\omega\delta A$ -факторланатын группалардың сипаттамасы локальды түпкіліктің шарты бинарлы түпкілік шартын дейін жеңілдеген кезде өзгермейді. Бинарлы түпкі ωA -факторланатын группалардың группалардың сипаттамасы өз кезегін күтеді.

Осы жұмыстың нәтижесінен ерікті бинарлы түпкі ωA - факторланатын группалардың черниковскийдікі немесе толықтай факторланатындығы шығады.

$\omega\delta A$ - факторланатын группалардың анықтамасына байланысты толықтырылмайтын абелдік группалардан бірде-бір шексіз кемитін мақсатты құруға болмайтын группалар туралы сұрақтар туады.

$$A_1 \supset A_2 \supset \dots \supset A_n \supset A_{n+1} \supset \dots \supset A_\omega,$$

бұндағы A_n - ерікті табиғи нөмірі бар мүше; A_ω - A_n барлық мүшелерінің қиылысы; және $[A_n; A_{n+1}]$ индекстері – бірліктен ерекше ерікті табиғи сандар. Осындай түрлі группалардың бос δ кезде $\omega\delta A$ - факторланатын группалар болып табылатындығы түсінікті және сол себепті бинарлы түпкіліктің қосымша шарты кезінде олардың сипаттамасы осы жұмыстың нәтижелерінен шығады.

Әдебиеттер

Баева Н.В.

1. Вполне факторизуемые группы. – КСРО ФАД, 1953,92,№5, 877-880 беттер.

Горчаков Ю.М.

1. Прimitивно факторизуемые группы.- Учен. Зак. Перм. Унив,1960, 17, 15-31 беттер.

Мулдағалиев В.С

1. ωA – факторизуемые группы, в сб. «Некоторые вопросы теории групп» Изд. Ин-та матем АН УССР,К, 1985, 797-798 беттер
2. Локально конечные $\omega\sigma A$ -факторизуемые группы, в сб «Исследования по теории групп» Изд. Ин-та матем АН УССР,К, 1986, 63-111 беттер

3. О фактеризация локально конечных групп.- Допл. АН. ССР, 1985, 260, №3, 537-539 беттер

Черников. С.Н.

1. Полные группы, обладающие возрастающим центральным рядом.- Матем. сб., 1946, 18 (60), 319-346 беттер.
2. К теории полных групп.- Матем. Сб., 1948, 22(64), 319-346 беттер.
3. Дополнения к статье «К теории полных групп».- Матем. Сб. 1948, 22(64), с. 455-456.
4. О полных группах с возрастающим центральным рядом.- КСРО ФАД, 1950, 70, 965-968 беттер.
5. О централизаторе полного абелева нормального делителя в бесконечной периодической группе.- КСРО ФАД, 1950, 72, 243-246 беттер.

Черникова Н.В.

1. Группы с дополняемыми подгруппами.- Матем.сб., 1956, 39(81), с. 273-292.
2. К основной теореме о вполне факторизуемых группах.- Кітабында: Группы с системами дополняемых подгрупп, Киев, 1971, 48-57 беттер.