ӘОЖ 51.076.1
МРНТИ 14.27.09

МАТЕМАТИКАЛЫҚ ОЛИМПИАДАДА КЕЗДЕСЕТІН СТАНДАРТТЫ ЕМЕС ЕСЕПТЕР

Тайболдина Р. Қ. [1], **Тоқтарғазынов М. Р.** [1]
[1] «Семей қаласының Шәкәрім атындағы университеті» КеАк, Семей қаласы, Қазақстан

Аңдатпа

Бұл мақалада математикалық олимпиадада кездесетін стандартты емес есептер және олардың шешу әдістері қарастырылған. Олимпиадалық есептердің көп бөлігі стандартты емес есепден құралады. Стандартты емес есептерді шығару дағдысын қалыптастыру арқылы, *оқушының бойында өзіндік көзқарасты, жаңашылдыққа қарай ізденісті,* табандылық сынды қасиеттерді қалыптастырамыз. Математикалық олимпиадаға стандартты емес есептерді қоюдың басты мақсаты - оқушыларды өз бетінше есепті шешуге үйрету болып табылады.

Оқушылардың ойлау қабілеттерін қалыптастыруда стандартты емес есептердің орны ерекше. Стандартты емес есептерді шығару дағдыларын қалыптастыруда есептердің шығару тәсілдеріне басты назар аударылады. Стандартты емес есептер оқушының ақыл-ойын қозғалысқа келтіретіндіктен, оларды шешу әрдайым оңайға түспейді.

Қазіргі таңда мектеп оқушылары біршамасы аса күрделі олимпиадалық есептерді шешуде дәрменсіздік танытатыны белгілі. Бұл қиын стандартты емес есептерді шешудің әдіс-тәсілдерімен көп машықтанбағандықтарынаң болып отыр. Сол себебті мұғалім оқушылардың стандартты емес есеп шығару білігін қалыптастыруда ғылыми-теориялық және ғылыми-әдістемелік тұрғысынан негізделген болу қажет.

Кілт сөздер: математика, математикалық олимпиада, стандартты емес есеп, қызықты есеп, олимпиадалық есеп.

НЕСТАНДАРТНЫЕ ЗАДАЧИ, ВСТРЕЧАЮЩИЕСЯ НА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОЛИМПИАДЕ

Тайболдина Р. Қ. [1], **ТоқтарғазыновМ. Р.** [1]
[1] НАО «Университет имени Шакарима города Семей» г. Семей, Казахстан

Аннотация

В этой статье рассматриваются пути решения нестандартных задач, которые встречающиеся в олимпиадных заданиях. Многие олимпиадные задания составлены из нестандартных задач. При рассмотрении поиска решения нестандартных задач у учащихся формируется свое собственное видение, стремление к новому, свой нестандартный подход к решению проблемы.

Главной целью включения в олимпиадному программу нестандартных задач, является научить учащихся находить собственные, нестандартные пути решения данных задач. Решения нестандартных задач занимает особую роль в формировании умственных способностей учащихся.

При внедрении навыка решения нестандартных задач уделяется особое внимание на методы решения данных задач. Учащимся нелегко дается решение нестандартных задач так как, такие виды задач требует от учащихся особые мыслительные навыки.

На сегодняшний день у некоторых учащихся наблюдается неспособность решать олимпиадные задачи повышенной сложности. В школьной программе методы решения нестандартных задач рассматриваются поверхностно. Поэтому учитель должен использовать свои научно-теоретические и практические навыки при формировании у учащихся способностей решения нестандартных задач.

Ключевые слова: математика, математические олимпиады, нестандартные задачи, интересное задание, олимпиадное задание.

NON-STANDARD PROBLEMS ENCOUNTERED IN THE MATHEMATICAL OLYMPIAD

Taiboldina R. K. [1], Toktargazynova M. R.[1]
[1] NLS «Shakarim University Semey» Semey, Kazakhstan

Annotation

This article discusses ways to solve non-standard problems that occur in Olympiad tasks. Many Olympiad tasks are made up of non-standard tasks. When considering the search for solutions to non-standard problems, students form their own vision, desire for new things, their own non-standard approach to solving the problem.

The main purpose of inclusion in the school curriculum of solving non-standard problems is to teach students to find their own, non-standard ways to solve these problems. Solving non-standard tasks plays a special role in the formation of students mental abilities.

When implementing the skill of solving olympiad tasks, special attention is paid to the methods of solving these problems. It is not easy for students to solve non-standard tasks because such types of tasks require special thinking skills from students.

Today, some students have an inability to solve olympiad tasks of increased complexity. In the school curriculum, methods for solving non-standard problems are considered superficially. Therefore, the teacher should use their scientific, theoretical and practical skills in the formation of students ' abilities to solve non-standard problems.

Key words: mathematics, mathematical olympiads, non-standard tasks, interesting task, olympiad task.

Кіріспе

Оқушылардың логикалық ой-өрісін арттыруда, оларды математикаға қызықтыруда стандартты емес есептерді шығарудың маңызы зор.

Қызықты және олимпиадалық есептер стандартты емес есептердің қатарына жатады. Берілу жолы үйреншікті емес болғанына қарамастан, шығарылуында жаңашылдықты талап ететін есептер де стандартты емес есептер болып табылады.

Я.И.Перельман «Қызықты есептер мидың атқаратын жұмысын жоққа шығармайды, керісінше жақсы жұмыс жасауға себеп болатындай ой туғызады» деп есептейді.[1]

Олимпиадалық есептерді қарастыратын болсақ, қиындығы жағынан өте жоғары. Мұндай есептерді шығару барысында оқушылардан үлкен еңбекті, ерең күшті, табандылықты, қорытынды жасау дағдыларын талап етеді және оған тәрбиелейді.

Олимпиадалық есептердің саны да, шығару тәсілдері де алуан түрлі. Олимпиада барысында оқушылардың орындаған жұмыстары көбіне есептерді шығаруда қаншалықты дағдыланғаны арқылы ғана бағаланады. Ал есепке келер болсақ сан алуан, оны шешудің белгілі бір жолы немесе қалыптасқан арнайы жүйесі әрдайым бола бермейді. Оқушының негізгі мақсаты есеп қаншалықты қиын немесе оңай болсада, оны шығарудың дұрыс жолын нақ таба білуінде. Тиімді әрі қысқа, дұрыс жолды таба білу баланың тапқырлығын, математикалық көкжиегінің кеңдігін білдіреді.

Зерттеу материалы мен әдістері

Г.В.Дорофеев, М.К.Потапов, Н.Х.Розов стандартты емес есептер сан алуан болады деген. Дербес жағдайларда стандартты емес есептер үйреншікті емес болып көрінуі мүмкін, сондықтанда алғашқыда оларға қалай «жақындауға» болатыны түсініксіз. Кейбір есептер бүкпеленіп тұратындықтан, бастапқыда түріне назара салып қарағанда қарапайым квадрат теңдеу болғанымен оны стандартты әдістерді қолданып шығару мүмкін емес. Ал үшінші есептердің тобын шығаруда аса шеберлік пен нақтылық, сонымен қатар анық логикалық ойлау қажет болады. [2]

Олимпиадалық есеп шығарудың басты мақсаттарының бірі – оқушылардың ойлау қызметін жандандыру. Демек, оқушылардың ойлау қызметін жандандыру арқылы әр алуан түрлендірулерді, есептеулерді орындауды, математикалық сөйлемдерді тұжырымдауды үйретумен бірге, ойлап, талқылауға, математикалық фактілерді салыстыруға, ортақ немесе айрықша қасиеттерді көрсетуге, дұрыс қорытынды жасауға баулуы тиіс.

Математикалық олимпиада – дайындағы неғұрлым жоғары оқушылармен жүргізілетін жарыс. Мұнда қомақты табыстарға жету үшін алдын ала даярлық жұмысын жүргізген жөн. Дарялық жұмысын жүргізудің жолдары да әр алуан. Мәселен, алғашқы кезеңде арнайы стенді бұрынғы олимпиадада пайдаланылған есептер мен жаттығулардың мазмұны ілінеді және сол есептер мен жаттығулар бойынша ұдайы консультациялар жүргізіледі. [3]

Математикадан сыныптан тыс жұмыстарды жүргізудің негізі мақсаты – оқушыларды көбірек тарту және олардың математикалық олимпиадаға біліктілігін арттыру болып табылады. Сыныптан тыс жұмыс кезінде оқушылардың шығармашылық еңбегіне көңіл бөліп, олардың белсенді қызметін ұдайы қолдап, көмектесіп отыру қажет. Оқушылардың шығармашылық белсенділігі олардың білім деңгейіне тікелей байланысты. Сондықтан, олардың зерттеу жұмысымен айналысу барысында бағдарламалық материалмен қатар қосымша әдебиеттегі материалды жеке меңгеруі шарт. Әрбір оқушының даярлық дәрежесіне қарай арнайы бағдарлама жасалуы қажет. Екіншеден, зерттеу материалы мүмкіндігінше мектеп математика курсының бағдарламасымен сабақтас болғаны жөн.

Зерттеу нәтижелері мен талқылау

А.П. Леонтьев «есепті шығарып болған соң, шығарылу тәсілін тереңірек түсіну мақсатында есепті қайта қарастыру оқушының ойлау қабілетінің жоғары екендігін көрсетеді» деп есептейді. [4]

Сондықтанда олимпиадада кездесетін стандартты емес есептерді шешудің тиімді әдіс-тәсілдерін үйрету қажеттілігі туындайды, соған байланысты бірнеше мысалдар қарастырып өтейік.

№1. Өрнекті ықшамдаңыз:

$$\sqrt{(1-\cos\alpha\cdot\cos b)^2-sin^{2}a\cdot sin^2 b}$$

Шешуі.

$$\sqrt{(1-\cos a\cdot\cos b)^2 - sin^{\,2}a\cdot sin^2 b} =$$
$$= \sqrt{1-2\cos a\cdot\cos b + cos^2 a\cdot cos^2 b - sin^2 a\cdot sin^2 b} =$$
$$= \sqrt{(1-2\cos a\cdot\cos b + cos^2 a\cdot cos^2 b) - (1-cos^2 a)\cdot(1-cos^2 b)} =$$
$$= \sqrt{1-2\cos a\cdot\cos b + cos^2 a\cdot cos^2 b - 1 + cos^2 a + cos^2 a - cos^2 a cos^2 b}$$
$$= \sqrt{-2\cos a\cdot\cos b + cos^2 a\cdot cos^2 b} = \sqrt{(\cos a-\cos b)^2} = |\cos a - \cos b|.$$

Жауабы. $|\cos a - \cos b|$.

№2. Егер $\cos\alpha = \frac{1}{7}$ және $\alpha\in(270^\circ;360^\circ)$болса, $\sin(30^\circ-\alpha)$ мәнін есептеніз

Шешуі: $\sin^2\alpha = 1-\cos^2\alpha = 1-\left(\frac{1}{7}\right)^2 = 1-\frac{1}{49} = \frac{48}{49}$.

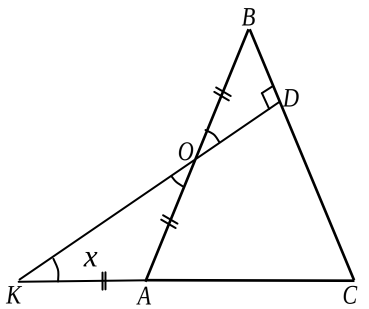
Есеп шартына сәйкес $\alpha\in(270^\circ;360^\circ)$, $\sin\alpha<0$ және $\sin\alpha = -\frac{4\sqrt{3}}{7}$. Бұдан

$$\sin(30^\circ-\alpha) = \sin 30^\circ\cos\alpha - \cos 30^\circ\sin\alpha = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{7} - \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\left(-\frac{4\sqrt{3}}{7}\right) = \frac{1+12}{14} = \frac{13}{14}$$

Жауабы: $\frac{13}{14}$.

№3. $13^{2013}+13^{2014}+13^{2015}$саны 61 санына бөлінедіме?
Шешуі: төмендегідей түрлендіру жүргізейік
$13^{2013}+13^{2014}+13^{2015} = 13^{2013}(1+13+13^2) = 13^{2013}\cdot 183 = 13^{2013}\cdot 3\cdot 61$
Бұдан 61 саны 61-ге бөлінетіндіктен, $(13^{2013}\cdot 3\cdot 61)\vdots 61$өрнегінің мәніде 61санына бөлінеді.
Жауабы: бөлінеді.

№4. АВС теңбүйірлі үшбұрыш. АВ=ВС. АВ қабырғасының ортасынан, ВС түзуіне перпендикуляр болатын, ВС қабырғасын D нүктесінде, ал АС түзуін – К нүктесінде қиып өтетін түзу жүргізілді. АК=$\frac{1}{2}$ АВ және ВD=2. ΔАВС периметрін табыңыз



Шешуі:
$\angle DKC = x$ деп белгілеп алсақ, сонда
$\angle KOA = x$. $\angle BAC = \angle BCA = 2x$,
$\angle BOD = x$, $\angle OBD = 90^0 - x$.
ΔABC ішкі бұрыштарының қосындысы 180° тең екені белгілі және төмендегідей теңдеу аламыз
$2x+2x+90^0-x = 180^0$, $2x = 60^0$, $x = 30^0$.
Бұдан ΔABC – теңқабырғалы, $\angle OBD = 60^0$, $\angle ODB = 90^0$, $\angle BOD = 30^0$. BD - катет, 30° бұрышқа қарсы жатырқандықтан OB=2BD=2·2=4(см). AB=2OB=8см. Сонымен P_{ABC} =3·8=24 (см).
Жауабы: 24 см.

№5. $x^2 + y^2 + 10x - 12y + 61 = 0$ теңдеуінің түбірін табыңыз

Шешуі:

$x^2 + y^2 + 10x - 12y + 61 = 0$ төмендегідей түрлендіру жүргіземіз

$$x^2 + 10x + 25 + y^2 - 12y + 36 = 0,$$

$(x+5)^2 + (y-6)^2 = 0$, бұл теңдеу келесі теңдеулер жүйесіне тең болады:

$\begin{cases} x+5=0, \\ y-6=0; \end{cases} \begin{cases} x=-5, \\ y=6. \end{cases}$ сонымен берілген теңдеуің шешімі: (-5;6).

Жауабы: (-5;6).

№6. Екі санның қосындысы 7-ге тең, ал олардың квадраттарының қосындысы 29-ға тең. Осы сандардың кубтарының қосындысы неге тең?

Шешуі:

Есеп шартындағы сандарды a және b деп белгілейік. Сонда $a+b=7$ және $a^2+b^2=29$.

Бірінші теңдікті квадраттаймыз $a^2+b^2+2ab=49$, $a^2+b^2=29$ екенін ескере отырып, келесідей теңдікті аламыз $2ab=20$ немесе $ab=10$.

Демек $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)=7\cdot(29-10)=133$.

Берілген сандардың кубтарының қосындысы 133 санына тең.

Жауабы: 133

№7. $(a-3)x^2+2(3-a)x+\dfrac{a-7}{a+2}=0$ теңдеуінің кем дегенде бір түбірі болатындай, а-ның барлық бүтін мәндерінің қосындысын табыңыз. Егер a ∈ [-2014;2015] болса.

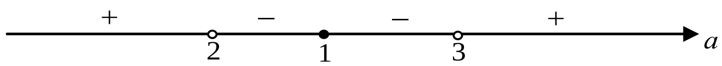
Шешуі:

Егер *a*=3 болғанда теңдеудің түбірі жоқ. Ал қалған *a* (*a*≠3) мәндері үшін мына шарт орындалады: $\dfrac{D}{4}=(3-a)^2-\dfrac{(a-3)(a-7)}{a+2}\geq 0$

Алдымен $(a-3)^2-\dfrac{(a-3)(a-7)}{a+2}\geq 0$ теңсіздігін шешеміз.

$(a-3)\left((a-3)-\dfrac{(a-7)}{a+2}\right)\geq 0$, $\dfrac{(a-3)((a-3)(a+2)-(a-7))}{a+2}\geq 0$,

$$\frac{(a-3)(a-1)^2}{a+2}\geq 0$$



$$a\in(-\infty;-2)\cup\{1\}\cup(3;+\infty)$$

Берілген сан аралығына а-ның мынадай мәндері кіреді: -2014, -2013,...-3,1,4,5,...2013,2014,2015,

Сондықтанда ізделінді қосынды мынаған тең:

$$-2014-2013-2012-...-4-3+1+4+5+...+2012+2013+2014+2015=$$
$$=-3+1+2015=2013.$$

Жауабы: 2013

№8. f сандық функциясында, кез келген x және y үшін мына теңдік орындалады $f(x + y) = f(x) + f(y) + 80xy$. Егер $f(0,25) = 2$.болса, $f(1)$ мәнің есептеніз.

Шешуі:

Алдымен функцияны мына түрде жазып алайық:
$f(0,5) = f(0,25 + 0,25) = f(0,25) + f(0,25) + 80\cdot0,25\cdot0,25 = 2 + 2 + 5 = 9$. Бұдан , $f(1)$ мәні: $f(1) = f(0,5 + 0,5) = f(0,5) + f(0,5) + 80\cdot0,5\cdot0,5 = 9 + 9 + 20 = 38$.

Жауабы: 38

№9. $\dfrac{(a^2+b^2)^2-c^2-4a^2b^2}{a^2+c-b^2}$ өрнегін ықшамдаңыз, егер $a = 2017$, $b = 2016$, $c = 2015$ болса

Шешуі:

Алдымен бөлшектің алымын түрлендіреміз:
$a^4+2a^2b^2+b^4-4a^2b^2-c^2=(a^2-b^2)^2-c^2=(a^2-b^2+c)(a^2-b^2-c)$,
Түрлендірілген өрнекті бөлшекке қоямыз:
$\dfrac{(a^2-b^2+c)(a^2-b^2-c)}{a^2+c-b^2}= a^2-b^2-c = (a-b)(a+b)-c = 2017 + 2016 - 2015 = 2018$.

Жауабы: 2018.

№10. Теңдеуді шешіңіз: $\dfrac{\sqrt{(-x)^2}+\left(\sqrt{-x}\right)^2}{x^2+(-x)^2}=\dfrac{1}{2018}$

Шешуі:

Біз $\sqrt{x^2}=|x|$ екенін білеміз және берілген теңдеуді мына түрде жазып аламыз: $\dfrac{|x|+(-x)}{x^2+(-x)^2}=\dfrac{1}{2018}$. Есептің шарты бойынша $x<0$, демек $\dfrac{-2x}{2x^2}=\dfrac{1}{2018}$ немесе $x=-2018$

Жауабы: -2018.

Есептердің құрылымын саралай келе, мектеп оқушыларының логикалық ойлауын дамытудың жоғары деңгейін қамтамасыз ететін стандартты емес тапсырмалар жүйесінің тиімділігін байқаймыз. Оқушылардың осындай есептерді шешу машығын дамытуда тиімді таңдалған әдіс білімнің саналы да, баянды болуын қамтамасыз етеді. Әрбір стандартты емес есеп – бұл оқушылардан ақыл-ой белсенділігін және шешімдерді іздеудегі тапқырлығын талап етеді.

Қорытынды

Оқушылардың тапқырлығын, танымдық қабілеттерін, математикалық көкжиегін дамытуда оларды тек қана бір оқулықпен шектемей, әдістемелік нұсқаулар мен қосымша әдебиеттер, журнал беттерінде кездесетін қызықты стандартты емес олимпиадалық есептерді талдай отырып шығаруға үнемі бағдар беріп отыру керек. Математикалық олимпиадалар және сайыстардың есептерін шығару шапшаң ойлау дағдысы қалыптастырады, математикалық сауаттылық деңгейін көтереді. Оқушылардың білім алуға деген құштарлығы артып, логикалық ойлау қабілеті дамиды. Логикалық жаттығуларды орындау баланың ақыл-ойын, қиялын, ойұшқырлығын дамытады.

Оқышыларға Д. Д. Пойя «Как решить задачу?» атты кітабында мынадай кеңесін берген екен «Егерде есеп шығарып үйренгіңіз келсе, онда шығарыңыз!» [5]

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. Перельман Я.И. Занимательная алгебра. – М.: Наука, 1975. – 200с
2. Дорофеев Г.В., Потапов М.К., Розов Н.Х. Пособие по математике для поступающих в вузы. – М.: Наука, 1968. -640с.
3. Бидосов Ә. Орта мектепте математиканы оқыту методикасы. Пед. Институттардың физ-мат. Факультеттерінің студенттеріне арналған оқу құралы. 1-ші басылым, – Алматы, «Мектеп» 1989. 224-бет.
4. Леонтьев А.Н Избранные психологические произведения: В 2т.-М.: Педагогика, 1988.-392с.
5. Математическое открытие : решение задач: осн. понятия, изуч. и преподавание / Джордж Пойа; пер. с англ. В. С. Вермана; под.ред. И.